Економско-трговачка школа „Славка Ђурђевић“
Јагодина

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ СТАТИСТИКЕ

27 - 28. март 2015. године

ОПШТЕ ИНФОРМАЦИЈЕ И УПУТСТВО ЗА РАД

- Укупан број такмичарских задатака је 10. Број поена за сваки задатак означен је након редног броја задатка. Максималан број поена је 100.
- Време израде задатака је три сата.
- Задатке је потребно урадити хемијском оловком, изузев графичких приказа који се могу цртати графитном оловком.
- Све резултате и међурезултате обавезно заокругљивати на **две децимале**, осим логаритама које треба заокруглити на **5 децималних места**.
- Код питања са понуђеним одговорима увек је само један одговор тачан.
- При изради задатака дозвољено је користити дигитрон.

ТАКМИЧАРСКИ ЗАДАЦИ

1. (3) Мере дисперзије могу се одредити:
   а. само за атрибутивна обележја
   б. само за нумеричка обележја
   в. и за атрибутивна и за нумеричка обележја
   г. само за временске серије
   д. само за нумеричка непрекидна обележја.

2. (3) Статистички коефицијенти су:
   а. врста показатеља структуре којим се пореди ниво исте појаве по различитим временским периодима
   б. релативни бројеви којима се пореди ниво исте појаве по различитим јединицама посматрања
   в. релативни бројеви којима се пореди ниво две различите појаве за исту јединицу посматрања у истом временском периоду
   г. врста релативних бројева којима се прати динамика временских серија
   д. релативни бројеви којима се прати заступљеност одређеног модалитета у скупу.

3. (3) Одредите која од следећих обележја су атрибутивна, која нумеричка непрекидна, а која нумеричка прекидна (одговоре упишите на линијама):

а. Ваннаставна активност ученика_____

б. Број саобраћајних прекршаја_____

в. Вредност инвестиција _____

г. Старост запослених_____

д. Врста занимања_____

ђ. Степен образовања _____

4. (3) Комбиноване табеле служе за приказивање:

а. кретања више сродних појава у различитим временским интервалима
б. података више скупова по једном обележју

в. структуре једног скупа по два или више обележја

г. структуре једног скупа по једном обележју

д. кретања више сродних појава по два или више обележја.

5. (6) Ако се тражи да се израчуна коефицијент просте линеарне корелације између зараде и пола запослених, могуће су следеће вредности тог коефицијента:

а. у интервалу од 0 до 1

б. у интервалу од -1 до 0

в. у интервалу од -1 до 1

г. приближно 0, јер корелација између наведених обележја није линеарна

д. коефицијент се не може израчунати, јер_____
_____.

6. (8) У периоду од 2006. до 2012. године вредност продаје једног производа у просеку се годишње смањивала по стопи од 3%. Вредност продаје на крају периода посматрања (у 2012. години) износила је 200 хиљада динара. То значи да је у првој години посматрања (у 2006. години) ниво појаве износио:

а. 240,96 хиљада динара

б. 168,06 хиљада динара

в. 206,18 хиљада динара

г. 246,91 хиљада динара

д. 194,17 хиљада динара.

7. У следећој табели приказани су подаци о броју службених возила предузећа која послују у једном региону (стање крајем 2014. године).

Предузећа према броју службених возила

Број службених возила	Број предузећа	Учешће (%)
1	22	...
2	18	30
3	15	...
4	...	...

а) Попуните поља табеле у којима недостају подаци и израчунајте укупан број службених возила посматраних предузећа. **(6)**
б) Колики је просечан број службених возила посматраних предузећа у региону? **(3)**
в) Одредите позиционе средње вредности и протумачите добијене резултате. **(8)**
г) Колико је учешће предузећа са мање од три возила? **(2)**

8. Подаци о продаји рачунара марке Samsung на једном продајном месту у 2013. и 2014. години приказани су у следећој табели.

Продаја рачунара марке Samsung у 2013. и 2014. години

Врста рачунара	Продаја (у хиљадама комада)		Цена по комаду, у еврима	Индекс вредности продаје 2014. (2013.=100)
	2013.	2014.	2013.	
Таблет	6	10	600	180
Десктоп	3	2	250	53
Лаптоп	5	7	400	157

а) Која врста рачунара је имала највећи, а која најмањи релативан раст физичког обима продаје у 2014. у односу на претходну годину и за колико процената? **(2)**
б) Израчунајте групни индекс цена по методу агрегата, користећи пондере из базног периода. Протумачите добијену вредност. **(15)**

9. У следећој табели дати су подаци о заради запослених у два предузећа са по пет запослених у децембру 2014. године:

Зарада запослених у предузећу 1., децембар 2014. године

Запослени	А.А.	Б.Б.	В.В.	Г.Г.	Директор
Зарада (у еврима)	200	250	280	300	500

Зарада запослених у предузећу 2., децембар 2014. године

Запослени	Ђ.Ђ.	Е.Е.	Ж.Ж.	З.З.	Директор
Зарада (у хиљадама динара)	55	60	50	75	100

а) Помоћу одговарајућег показатеља утврдите у ком предузећу је већа дисперзија зарада. Протумачите добијене показатеље и образложите закључак. **(13)**

б) За колико се у релативном износу зарада директора у предузећу 2. разликује од најниже зараде у том предузећу? **(2)**

10. У табели су приказани базни индекси броја посетилаца једног музеја за период од 2008. до 2014. године (као база за поређење коришћен је просечан број посетилаца у посматраном периоду).

Индекси броја посетилаца музеја у периоду 2008-2014. (просек 2008–2014=100)

Година	2008.	2009.	2010.	2011.	2012.	2013.	2014.
Базни индекс	85,00	98,00	95,00	101,00	109,00	116,00	140,00

а) У посматраном периоду музеј је у просеку годишње посетило 2 хиљаде посетилаца. Израчунајте број посетилаца тог музеја у свакој посматраној години. **(5)**

б) Временску серију добијену у претходном делу задатка, прикажите на линијском дијаграму. **(5)**

в) Користећи податке о броју посетилаца музеја, одредите модел линеарног тренда за посматрани период. **(10)**

г) На основу добијеног модела тренда утврдите колико износи средњи апсолутни раст броја посетилаца музеја у посматраном периоду. **(3)**

Економско-трговачка школа „Славка Ђурђевић“
Јагодина

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ СТАТИСТИКЕ

27 - 28. март 2015. године

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

1. Тачан одговор:
б. само за нумеричка обележја **(3 поена)**

2. Тачан одговор:
в. релативни бројеви којима се пореди ниво две различите појаве за исту јединицу посматрања у истом временском периоду. **(3 поена)**

3.

а. Ваннаставна активност ученика	**атрибутивно обележје**
б. Број саобраћајних прекршаја	**нумеричко прекидно обележје**
в. Вредност инвестиција	**нумеричко непрекидно обележје**
г. Старост запослених	**нумеричко непрекидно обележје**
д. Врста занимања	**атрибутивно обележје**
ђ. Степен образовања	**атрибутивно обележје**

Сваки тачан одговор у овом задатку носи по 0,5 поена. **(3 поена)**

4. Тачан одговор:
в. структуре једног скупа по два или више обележја **(3 поена)**

5. Тачан одговор:
д. коефицијент се не може израчунати, јер **једно од обележја у задатку (пол) није нумеричко, већ атрибутивно обележје (коефицијент се може израчунати само ако су оба обележја нумеричка).** **(6 поена)**

6. Тачан одговор:
а. 240,96 хиљада динара **(8 поена)**

$$r_g = (\sqrt[T-1]{\frac{Y_T}{Y_1}} - 1)\cdot 100$$

$$-3\% = (\sqrt[6]{\frac{200}{Y_1}} - 1)\cdot 100, \quad 0{,}97 = \sqrt[6]{\frac{200}{Y_1}}, \quad 0{,}97^6 = (\sqrt[6]{\frac{200}{Y_1}})^6, \quad Y_1 = 240{,}96.$$

7. а)

Предузећа према величини возног парка

Број службених возила	Број предузећа	Учешће (%)
1	22	**36,67**
2	18	30,00
3	15	**25,00**
4	**5**	**8,33**
Укупно	**60**	**100,00**

Тачно попуњена табела: **(3 поена)**

Укупан број службених возила посматраних предузећа је:
$\sum x \cdot f = 1 \cdot 22 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 5 = 123$ **(3 поена)**

б) Аритметичка средина: « $= \frac{\sum x \cdot f}{N} = \frac{123}{60} = 2{,}05$ **(2 поена)**

Посматрана предузећа у просеку имају по 2 возила (2,05). **(1 поен)**

в) Модус:

Mo=1 (највећа фреквенција је *f* max = 22) **(2 поена)**

Највећи број предузећа има по једно возило. **(1 поена)**

Медијана:

Расподела кумулативних фреквенција

Број службених возила	Кумулатив «испод»
1	22
2	**40**
3	55
4	60

Због парног броја података (60 предузећа), медијана се налази на $\frac{N+1}{2} = 30{,}5$. позицији (између 30. и 31. места). Први кумулатив који садржи половину суме фреквенција је **40**, па је вредност медијане **2** (Me = 2). **(4 поена)**

Половина предузећа има највише два возила, а половина два возила и више. **(1 поен)**

г) Учешће предузећа са мање од три возила је 66,67% **(2 поена)**

8.

а) $I_q = \frac{q_t}{q_0} \cdot 100 = \frac{10}{6} \cdot 100 = 166{,}67$ (166,67-100=66,67%) **(0,5 поена)**

Највећи је раст физичког обима продаје таблет рачунара у износу од 66,67% у 2014. години у односу на претходну годину. **(0,5 поена)**

$I_q = \frac{q_t}{q_0} \cdot 100 = \frac{7}{5} \cdot 100 = 140{,}00$ (140-100=40%) **(0,5 поена)**

Најмањи је раст физичког обима продаје лаптоп рачунара у износу од 40% у 2014. години у односу на претходну годину. **(0,5 поена)**

б)

Продаја рачунара у 2013. и 2014. години

Врста рачунара	Продаја (у хиљадама комада)		Цена по комаду, у еврима	Индекс вредности продаје 2014. (2013.=100)	$p_0 q_0$	$p_t q_t = \frac{I_{pq} \cdot p_0 q_0}{100}$	$p_t = \frac{p_t q_t}{q_t}$	$p_t q_0$
	2013. (q_0)	2014. (q_t)	2013. (p_0)	I_{pq}				
Таблет	6	10	600	180	3600	6480,00	648,00	3888,00
Десктоп	3	2	250	53	750	397,50	198,75	596,25
Лаптоп	5	7	400	157	2000	3140,00	448,57	2242,85
Укупно					**6350**			**6727,10**

Тачно израчунате вредности:

$p_t q_t$ **(3 поена)**

p_t **(3 поена)**

$p_0 q_0$ и $p_t q_0$ **(3 поена)**

$I_p = \frac{\sum p_t \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} \cdot 100 = \frac{6727{,}10}{6350} \cdot 100 = 105{,}94$ **(4 поена)**

Цене све три врсте рачунара повећане су за 5,94% у 2014. години у односу на претходну годину, под претпоставком да је структура продате количине непромењена у односу на базну 2013. годину. **(2 поена)**

9.

а) Предузеће 1.: $«_1 = \frac{\sum x \cdot f}{N} = \frac{1530}{5} = 306$ евра; $\pm_1 = \sqrt{\frac{\sum (x - «)^2}{N}} = \sqrt{\frac{52720}{5}} = 102{,}68$ евра;

$V_1 = \frac{\pm_1}{«_1} \cdot 100 = \frac{102{,}68}{306} \cdot 100 = 33{,}56\%$ **(4 поена)**

Зараде запослених у предузећу 1. у просеку одступају од просечне зараде тог предузећа за 33,56% аритметичке средине. **(2 поена)**

Предузеће 2.: $«_2 = \frac{\sum x \cdot f}{N} = \frac{340}{5} = 68$ хиљада динара;

$\pm_2 = \sqrt{\frac{\sum (x - «)^2}{N}} = \sqrt{\frac{1630}{5}} = 18{,}06$ хиљада динара;

$V_2 = \frac{\pm_2}{«_2} \cdot 100 = \frac{18{,}06}{68} \cdot 100 = 26{,}56\%$ **(4 поена)**

Зараде запослених у предузећу 2. у просеку одступају од просечне зараде тог предузећа за 26,56% аритметичке средине. **(2 поена)**

Дисперзија зарада већа је у предузећу 1. ($V_1 = 33{,}56\%$) него у предузећу 2. ($V_2 = 26{,}56\%$) **(1 поен)**

б)

$$I = \frac{100}{50} \cdot 100 = 200{,}00$$

Зарада директора у предузећу 2. већа је од најниже зараде у том предузећу за 100%. **(2 поена)**

10.

а) Базни индекс: $I_t = \frac{Y_t}{Y_0} \cdot 100$, одакле следи $Y_t = \frac{I_t \cdot Y_0}{100}$

База - просечан број посетилаца у периоду 2008-2014.:

$Y_0 = \bar{Y}_{2008\text{-}2014} = 2$

$$Y_{2008} = \frac{85{,}00 \cdot 2}{100} = 1{,}70, \quad Y_{2009} = \frac{98{,}00 \cdot 2}{100} = 1{,}96, \ldots, \quad Y_{2014} = \frac{140{,}00 \cdot 2}{100} = 2{,}80.$$

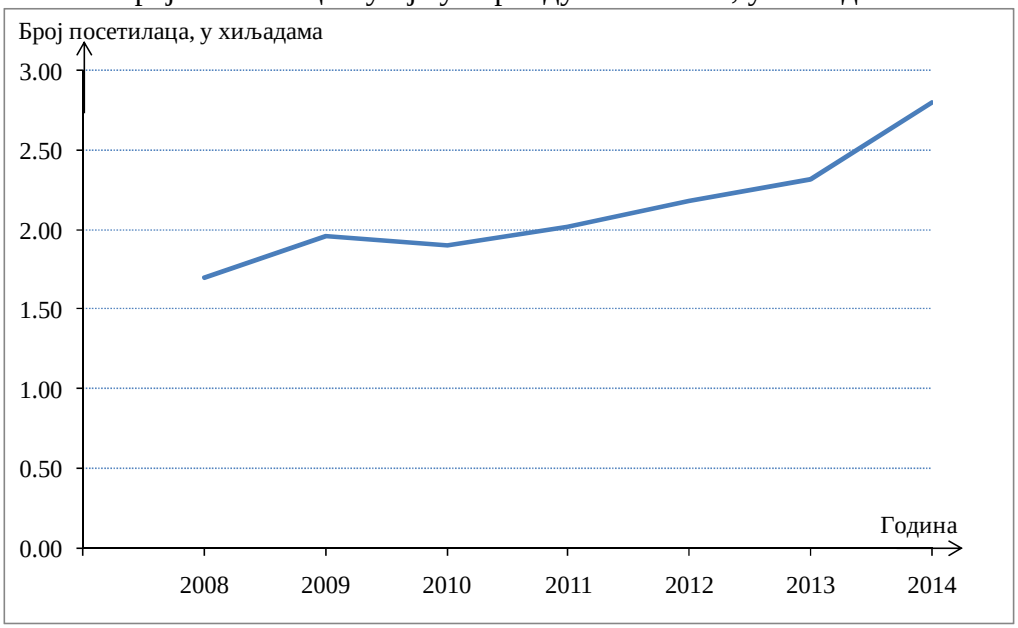
Број посетилаца музеја у периоду 2008-2014., у хиљадама

Година	2008.	2009.	2010.	2011.	2012.	2013.	2014.
Број посетилаца музеја, у хиљадама	1,70	1,96	1,90	2,02	2,18	2,32	2,80

(5 поена)

б) Линијски дијаграм:

Број посетилаца музеја у периоду 2008-2014., у хиљадама



(5 поена)

в) Признају се следеће варијанте решења:

А.

Године	Y_t	t	t^2	$t \cdot Y_t$
2008.	1,70	1	1	1,70
2009.	1,96	2	4	3,92
2010.	1,90	3	9	5,70
2011.	2,02	4	16	8,08
2012.	2,18	5	25	10,90
2013.	2,32	6	36	13,92
2014.	2,80	7	49	19,60
Укупно	**14,88**	**28**	**140**	**63,82**

$$\hat{b} = \frac{T\sum tY_t - \sum t \sum Y_t}{T\sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$\hat{b} = \frac{7 \cdot 63,82 - 28 \cdot 14,88}{7 \cdot 140 - 28^2} = 0,15$$ **(6 поена)**

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{t} = \frac{14,88}{7} - 0,15 \cdot \frac{28}{7} = 1,53$$ **(3 поена)**

$$\hat{Y}_t = 1,53 + 0,15t$$ **(1 поен)**

Б.

Године	y	x	x^2	$x \cdot y$
2008.	1,70	-3	9	-5,10
2009.	1,96	-2	4	-3,92
2010.	1,90	-1	1	-1,90
2011.	2,02	0	0	0,00
2012.	2,18	1	1	2,18
2013.	2,32	2	4	4,64
2014.	2,80	3	9	8,40
Укупно	**14,88**	**0**	**28**	**4,30**

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{4,30}{28} = 0,15$$

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{14,88}{7} = 2,13$$

$$y_t = 2,13 + 0,15x$$.

г) Средњи апсолутни раст броја посетилаца музеја у посматраном периоду износи 150 ($\hat{b} \cdot 1000 = 0,15 \cdot 1000 = 150$ посетилаца). У периоду 2008-2014. посећеност музеју је расла у просеку годишње за 150 посетилаца. **(3 поена)**