

Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије

Заједница економских школа Србије

Економски факултет Универзитета у Београду

Републичко такмичење ученика средњих економских школа

Чачак, 28-29.4.2023.

МАТЕМАТИКА — I разред

Овај лист садржи 8 задатака и имате 3 сата за њихово решавање. У неким задацима је понуђено више одговора од којих је, по правилу, само један тачан, док се у неким тражи да се тачан одговор унесе на предвиђено место. Под тачним одговором се сматра и одговор да “међу понуђеним одговорима нема тачног одговора”, онда када је то заиста тачно. Давање тачног одговора доноси број бодова наведен после редног броја задатка. Погрешан одговор доноси 20% негативних бодова од бодова намењених том задатку, док се заокруживање одговора “не знам” не бодује. Истовремено заокруживање тачног и нетачног, више нетачних одговора или незаокруживање ниједног одговора повлачи казну од 3 негативна бода. Сваки учесник на почетку такмичења има 20 бодова. Током решавања задатака забрањено је користити помоћна средства (формуле, таблице, џепне рачунаре, лењире, шестаре, угломере, ...)

1. [7] Ако је  $0,000111 : 0,0015 = a \cdot 10^k$ , где је  $1 \leq a < 10 \wedge k \in \mathbb{Z}$ , тада је:

А)  $a = 7.4 \wedge k = 2$     Б)  $a = 7.4 \wedge k = -2$     В)  $a = 7.5 \wedge k = -3$     Г)  $a = 7.4 \wedge k = -3$

Д)  $a = 7,5 \wedge k = 3$

Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам

2. [8] Ако је  $f(x) = 2x + |x|$  и  $g(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}|x|$ , тада је  $f(g(x))$  једнако:

А)  $\frac{2}{3}x$     Б)  $|x|$     В)  $-x$     Г)  $x$     Д)  $3x$

Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам

3. [9] Нека је  $M \setminus \{0\}$  скуп свих вредности реалног параметра  $m$  за које постоји решење једначине

$$\frac{m-2x}{m} - \frac{2-mx}{2} = m-2$$

веће од  $-2$ . Тада је за неке  $a < b < 0 < c < d$  скуп  $M$  облика:

А)  $(-\infty, a) \cup (b, +\infty)$     Б)  $(-\infty, a) \cup [b, +\infty)$     В)  $(-\infty, c) \cup [d, +\infty)$

Г)  $(-\infty, a) \cup [c, +\infty)$     Д)  $(a, b]$

Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам

4. [10] Скуп  $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 < x < 5\}$  је подскуп скупа рационалних бројева. У вези са скупом  $M$  дати су искази:

(а) 4.99 је највећи број који припада скупу  $M$ .

(б) У скупу  $M$  постоји бесконачно много бројева који су мањи од 2.1.

(в) Сваки реални број који је већи од 2 и мањи од 5 припада скупу  $M$ .

(г) Сви елементи скупа  $M$  могу се записати у облику  $\frac{a}{b}$ , где су  $a$  и  $b$  природни бројеви.

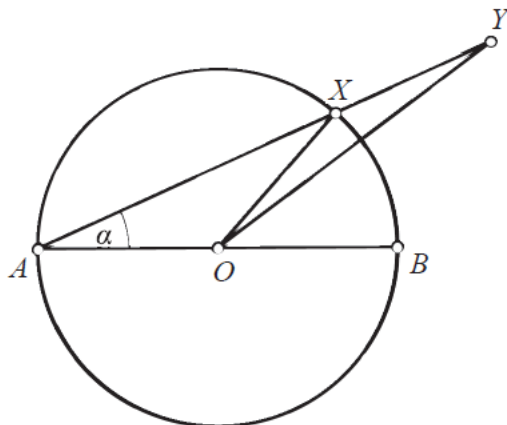
(д) Скуп  $M$  не садржи ниједан број из скупа комплексних бројева.

Сви тачни искази са претходне листе су тада означени словима:

А) а, д    Б) б, г    В) а, б, г, д    Г) а, б, в, г, д    Д) б, г, д

Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам

5. [10] На слици је приказана кружница са центром  $O$ , њен пречник је  $AB$ , мера оштрог угла  $\angle BAX$  је  $\alpha$  и тачка  $Y$  је на полуправој  $AX$  за коју важи  $|OX| = |XY|$ . Колика је мера угла  $\angle BOY$ ?



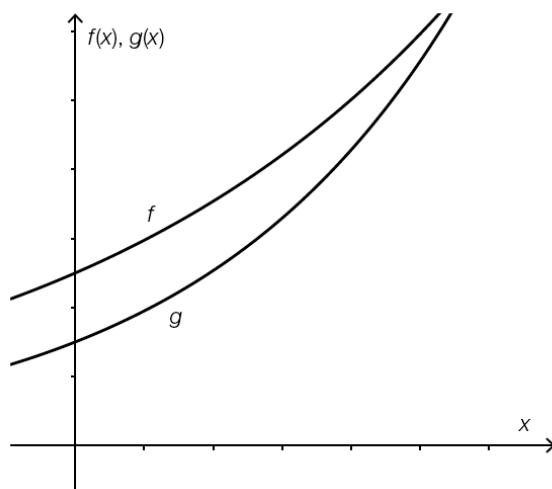
- А)  $\frac{6}{5}\alpha$     Б)  $\frac{5}{4}\alpha$     В)  $\frac{4}{3}\alpha$     Г)  $\frac{3}{2}\alpha$     Д)  $\frac{7}{6}\alpha$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
6. [11] Број целобројних решења једначине  $(m - 3)^3 + m^3 = (m + 3)^3$  је:  
 А) 0    Б) 1    В) 2    Г) 3    Д) 10  
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
7. [12] Ако је полином  $P(x) = x^{2024} + px^{2023} + qx - 1$  ( $p, q \in \mathbb{R}$ ) дељив полиномом  $x + 1$ , тада је збир  $p + q$  једнак:  
 А) 0    Б) 1    В) 2    Г)  $-2$     Д)  $-1$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
8. [13] Машини А треба  $x$  сати да произведе шпил карата који машина Б може произвести за  $\frac{1}{x}$  сати. Ако машина А ради сама  $y$  сати, а затим јој се придружи машина Б док не направе 100 шпилова, колико дуго ће радити заједно?  
 А)  $\frac{100y - x}{x^2 + 1}$     Б)  $\frac{100x - y}{x^2 + 1}$     В)  $\frac{100y - x^3 - x}{x^2 + 1}$     Г)  $\frac{100y - xy - x}{x^2 + 1}$     Д)  $\frac{100x}{x^2 + 1}$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам

Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије  
Заједница економских школа Србије  
Економски факултет Универзитета у Београду  
Републичко такмичење ученика средњих економских школа  
Чачак, 28-29.4.2023.  
МАТЕМАТИКА — II разред

Овај лист садржи 8 задатака и имате 3 сата за њихово решавање. У неким задацима је понуђено више одговора од којих је, по правилу, само један тачан, док се у неким тражи да се тачан одговор унесе на предвиђено место. Под тачним одговором се сматра и одговор да “међу понуђеним одговорима нема тачног одговора”, онда када је то заиста тачно. Давање тачног одговора доноси број бодова наведен после редног броја задатка. Погрешан одговор доноси 20% негативних бодова од бодова намењених том задатку, док се заокруживање одговора “не знам” не бодује. Истовремено заокруживање тачног и нетачног, више нетачних одговора или незаокруживање ниједног одговора повлачи казну од 3 негативна бода. Сваки учесник на почетку такмичења има 20 бодова. Током решавања задатака забрањено је користити помоћна средства (формуле, таблице, џепне рачунаре, лењире, шестаре, угломере, ...)

1. [7] Вредност израза  $\left( \left( \left( 1 + \frac{5}{3} \right) : \frac{2}{3} \right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{2}{3} \right)^{-1}$ , је:  
А)  $\frac{5}{4}$     Б)  $\frac{7}{6}$     В)  $\frac{6}{7}$     Г)  $\frac{5}{3}$     Д)  $\frac{3}{10}$   
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
2. [8] Ако је полином  $P(x) = x^{2024} + px^{2023} + qx - 1$  ( $p, q \in \mathbb{R}$ ) дељив полиномом  $x + 1$ , тада је збир  $p + q$  једнак:  
А) 0    Б) 1    В) 2    Г) -2    Д) -1  
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
3. [9] Нека је  $S_1$  скуп решења једначине  $|\sqrt{x+1}| > 1$  и  $S_2$  скуп решења једначине  $\sqrt{|x+1|} > 1$ . Тада је:  
А)  $S_1 = S_2$     Б)  $S_1 \supset S_2$     В)  $S_1 \subset S_2$     Г)  $S_1 = \mathbb{R}, S_2 = \emptyset$     Д)  $S_1 \supseteq S_2$   
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
4. [10] Укупан број реалних решења система једначина  $x^2 + xy - \sqrt{2} \cdot x = 0, x^2 + y^2 = 2$  је:  
А) 4    Б) 2    В) 1    Г) 0    Д) 3  
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
5. [10] Сва реална решења једначине  $4^x - 7 \cdot 2^{\frac{x-3}{2}} = 2^{-x}$  се налазе у интервалу:  
А)  $(-9, -2]$     Б)  $(0, 3]$     В)  $(-2, 0]$     Г)  $(7, 12]$     Д)  $(3, 7]$   
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
6. [11] Ако је  $\log_2 3 = a$ , тада је  $\log_9 4$  једнак:  
А)  $\frac{1}{a^2}$     Б)  $\frac{1}{2a}$     В)  $\frac{4}{a^2}$     Г)  $\frac{2}{a}$     Д)  $\frac{1}{a}$   
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам

7. [12] На дијаграму који следи приказани су графици две експоненцијалне функције,  $f$  и  $g$ , са једначинама  $f(x) = c \cdot a^x$  и  $g(x) = d \cdot b^x$ , где су  $a, b, c$  и  $d$  позитивни реални бројеви.



За параметре  $a, b, c$  и  $d$  тада важи:

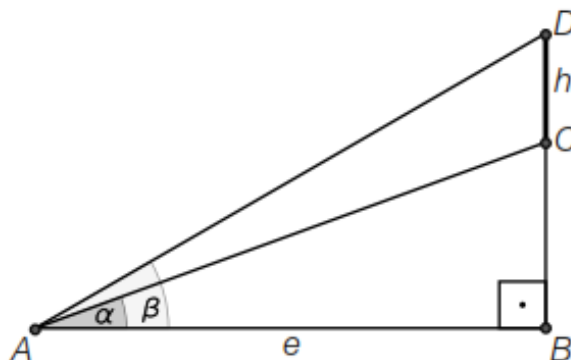
- А)  $c < d \wedge a < b$       Б)  $c < d \wedge a > b$       В)  $c > d \wedge a < b$       Г)  $c > d \wedge a > b$   
 Д)  $c > d \wedge a = b$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам
8. [13] Све вредности реалног параметра  $a$  за које неједначина  $\sqrt{a - \sqrt{a + x}} > x$  има само негативна решења су описане формулама:
- А)  $-1 < a \leq 0$       Б)  $a \leq -1 \wedge a \geq 1$       В)  $a = -2$       Г)  $a > 1$       Д)  $0 < a < 1$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам

Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије  
Заједница економских школа Србије  
Економски факултет Универзитета у Београду  
Републичко такмичење ученика средњих економских школа  
Чачак, 28-29.4.2023.  
МАТЕМАТИКА — III разред

Овај лист садржи 8 задатака и имате 3 сата за њихово решавање. У неким задацима је понуђено више одговора од којих је, по правилу, само један тачан, док се у неким тражи да се тачан одговор унесе на предвиђено место. Под тачним одговором се сматра и одговор да “међу понуђеним одговорима нема тачног одговора”, онда када је то заиста тачно. Давање тачног одговора доноси број бодова наведен после редног броја задатка. Погрешан одговор доноси 20% негативних бодова од бодова намењених том задатку, док се заокруживање одговора “не знам” не бодује. Истовремено заокруживање тачног и нетачног, више нетачних одговора или незаокруживање ниједног одговора повлачи казну од 3 негативна бода. Сваки учесник на почетку такмичења има 20 бодова. Током решавања задатака забрањено је користити помоћна средства (формуле, таблице, џепне рачунаре, лењире, шестаре, угломере, ...)

- [7] Површина нафтне мрље је тренутно  $1.5km^2$ , и она се шири по стопи од 5% по дану. После колико дана ће површина те нафтне мрље бити већа од  $2km^2$  по први пут?  
А) 2      Б) 3      В) 4      Г) 5      Д) 6  
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам
- [8] Марија има штедни рачун на који улаже исти износ новца у еурима првог радног дана сваке године. На тај дан њена банка такође обрачунава камату зарађену током претходне године. Након тога, ново стање се исписује на рачуну. Однос стања из претходне године,  $K_{t-1}$ , и стања текуће године,  $K_t$ , може се тада описати следећом формулом:  $K_t = 1,03K_{t-1} + 5000$   
На основу горе датих информација, дати су следећи искази:  
(а) Марија улаже 5000 еура сваке године на штедни рачун.  
(б) Стање на рачуну штедне се сваке године увећава за тачно 5000 еура.  
(в) Релативан годишњи раст стања на штедном рачуну је већи од 3%.  
(г) Разлика стања на рачуну у два узастопна периода је увек иста.  
Сви тачни искази са претходне листе су тада означени словима:  
А) а, г      Б) а, в      В) а, г      Г) а, б, в      Д) а, б, г  
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам
- [9] Ако је  $\log_2 3 = a$ , тада је  $\log_9 4$  једнак:  
А)  $\frac{1}{a^2}$       Б)  $\frac{1}{2a}$       В)  $\frac{4}{a^2}$       Г)  $\frac{2}{a}$       Д)  $\frac{1}{a}$   
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам
- [10] Темена парабола  $y = x^2 + kx + k + 1$ ,  $k \in \mathbb{R}$  припадају кривој:  
А)  $y = 2 - (x + 1)^2$       Б)  $y = x^2 + 2x$       В)  $y = 3x$       Г)  $y = (1 - 3x)^2$       Д)  $y = \frac{3}{4}$   
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам

5. [10] Скуп решења неједначине  $\log_{|x|}(5x^2 - 1) > 2$  је:
- А)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$     Б)  $(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$     В)  $(-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{5}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$   
 Г)  $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{2})$     Д)  $(-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{\sqrt{5}}, 0) \cup (0, \frac{1}{\sqrt{5}}) \cup (1, +\infty)$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
6. [11] Део стрмог зида,  $CD$ , је недоступан. Могуће је измерити углове  $\alpha$  и  $\beta$  као и удаљеност до зида  $e$ . Ситуација је приказана на дијаграму који следи:



Којом од следећих формула можемо одредити висину  $h$ ?

- А)  $e(\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)$     Б)  $e(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)$     В)  $e(\sin \beta - \sin \alpha)$     Г)  $e(\cos \alpha - \cos \beta)$   
 Д)  $e \sin(\beta - \alpha)$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
7. [12] Све вредности реалног параметра  $a$  за које неједначина  $\sqrt{a - \sqrt{a + x}} > x$  има само негативна решења су описане формулама:
- А)  $-1 < a \leq 0$     Б)  $a \geq 1 \vee a \leq -1$     В)  $a = -2$     Г)  $a > 1$     Д)  $0 < a < 1$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам
8. [13] Скуп решења неједначине  $3^{(x+3)^2} + \frac{1}{9} \leq 3^{x^2-2} + 27^{2x+3}$  за неке реалне бројеве  $a < -1 < b < 0 \leq c < d$  је облика:
- А)  $(-\infty, a)$     Б)  $(-\infty, c]$     В)  $(-\infty, a) \cup \{c\}$     Г)  $(-\infty, c) \cup \{d\}$     Д)  $(d, +\infty) \cup \{c\}$   
 Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора    Н) не знам

Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије  
Заједница економских школа Србије  
Економски факултет Универзитета у Београду  
Републичко такмичење ученика средњих економских школа  
Чачак, 28-29.4.2023.  
МАТЕМАТИКА — IV разред

Овај лист садржи 8 задатака и имате 3 сата за њихово решавање. У неким задацима је понуђено више одговора од којих је, по правилу, само један тачан, док се у неким тражи да се тачан одговор унесе на предвиђено место. Под тачним одговором се сматра и одговор да “међу понуђеним одговорима нема тачног одговора”, онда када је то заиста тачно. Давање тачног одговора доноси број бодова наведен после редног броја задатка. Погрешан одговор доноси 20% негативних бодова од бодова намењених том задатку, док се заокруживање одговора “не знам” не бодује. Истовремено заокруживање тачног и нетачног, више нетачних одговора или незаокруживање ниједног одговора повлачи казну од 3 негативна бода. Сваки учесник на почетку такмичења има 20 бодова. Током решавања задатака забрањено је користити помоћна средства (формуле, таблице, џепне рачунаре, лењире, шестаре, угломере, ...)

- [7] Библиотека студентима бесплатно позајмљује књиге. Максимално време позајмљивања је 14 дана. Ако је ово време прекорачено, библиотека наплаћује казну од 60 динара по књизи први дан, и та казна се повећава из дана у дан за додатних 20 динара. Колико велика ће бити казна ако се књига врати са закашњењем од 8?  
А) 960      Б) 980      В) 1000      Г) 1020      Д) 1040  
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам
- [8] Предузеће производи једно добро, чија је цена на тржишту 100. Фиксни трошкови производње су 74,000, а варијабилни трошкови зависе од количине  $q$  добра које се производи и износе  $C_v(q) = 0.005q^2 + 30q$ . Предузеће мора платити порез на приход од продаје у износу од 20%. Нека је  $M$  максимална добит коју предузеће може остварити ако због законских мера није могуће одбити порез на потрошњу. Тада  $M$  припада интервалу:  
А) [35000, 40000)      Б) [40000, 45000)      В) [45000, 50000)      Г) [50000, 55000)  
Д) [55000, 60000]  
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам
- [9] Скуп решења неједначине  $\log_{|x|}(5x^2 - 1) > 2$  је:  
А)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$       Б)  $(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$       В)  $(-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{5}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$   
Г)  $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{2})$       Д)  $(-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{\sqrt{5}}, 0) \cup (0, \frac{1}{\sqrt{5}}) \cup (1, +\infty)$   
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам
- [10] Све вредности реалног параметра  $a$  за које неједначина  $\sqrt{a - \sqrt{a + x}} > x$  има само негативна решења су описане формулама:  
А)  $-1 < a \leq 0$       Б)  $a \leq -1 \wedge a \geq 1$       В)  $a = -2$       Г)  $a > 1$       Д)  $0 < a < 1$   
Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора      Н) не знам

5. [10] За које вредности параметра  $a$  постоји круг који садржи све тачке скупа описаног системом неједначина?

$$2y - x \leq 1$$

$$y + 2x \leq 2$$

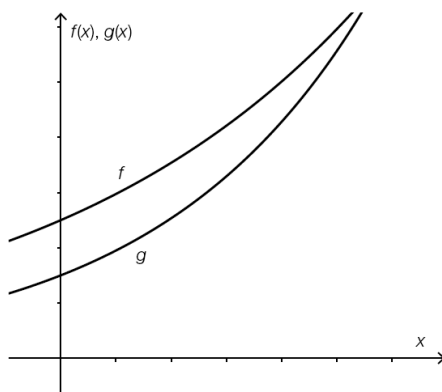
$$y + ax \geq -1$$

А)  $a \neq 2 \wedge a \neq \frac{1}{2}$    Б)  $a \neq -2 \wedge a \neq \frac{1}{2}$    В)  $a \neq 2 \wedge a \neq -\frac{1}{2}$    Г)  $a \neq -2 \wedge a \neq -1$

Д)  $a \neq 2 \wedge a \neq -1$

Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора   Н) не знам

6. [11] На дијаграму који следи приказани су графици две експоненцијалне функције,  $f$  и  $g$ , са једначинама  $f(x) = c \cdot a^x$  и  $g(x) = d \cdot b^x$ , где су  $a, b, c$  и  $d$  позитивни реални бројеви.



За параметре  $a, b, c$  и  $d$  тада важи:

А)  $c < d \wedge a < b$    Б)  $c < d \wedge a > b$    В)  $c > d \wedge a < b$    Г)  $c > d \wedge a > b$

Д)  $c > d \wedge a = b$

Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора   Н) не знам

7. [12] Скуп  $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 < x < 5\}$  је подскуп скупа рационалних бројева. У вези са скупом  $M$  дати су искази:

(а) 4.99 је највећи број који припада скупу  $M$ .

(б) У скупу  $M$  постоји бесконачно много бројева који су мањи од 2.1.

(в) Сваки реални број који је већи од 2 и мањи од 5 припада скупу  $M$ .

(г) Сви елементи скупа  $M$  могу се записати у облику  $\frac{a}{b}$ , где су  $a$  и  $b$  природни бројеви.

(д) Скуп  $M$  не садржи ниједан број из скупа комплексних бројева.

Сви тачни искази са претходне листе су тада означени словима:

А) а, д   Б) б, г   В) а, б, г, д   Г) а, б, в, г, д   Д) б, г, д

Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора   Н) не знам

8. [13] Задата је функција  $f$ , тако да је  $f(x + y) = f(x) + f(y)$  за све рационалне бројеве. Ако је  $f(10) = -\pi$ , тада је  $f(-\frac{2}{7})$  једнако:

А)  $-14\pi$    Б)  $14\pi$    В)  $7\pi$    Г)  $-\frac{2}{7}\pi$    Д)  $\frac{\pi}{35}$

Е) међу понуђеним одговорима нема тачног одговора   Н) не знам



2023	1	2	3	4	5	6	7	8
I								
II								
III								
IV								