

**Прва економска школа  
Београд**

**РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ СТАТИСТИКЕ  
19-20. април 2024. године**

**ОПШТЕ ИНФОРМАЦИЈЕ И УПУТСТВО ЗА РАД**

- Укупан број такмичарских задатака је 10. Број поена за сваки задатак означен је након редног броја задатка. Максималан број поена је 100.
- Време израде задатака је три сата.
- Задатке је потребно урадити хемијском оловком, изузев графичких приказа који се могу цртати графитном оловком.
- Све резултате и међурезултате обавезно заокружљивати на **две децимале**, осим логаритама које треба заокружити на **5 децималних места**.
- Код питања са понуђеним одговорима увек је само један одговор тачан.
- При изради задатака дозвољено је користити дигитрон.

**ТАКМИЧАРСКИ ЗАДАЦИ**

**1. (3)** Структурну серију по атрибутивном обележју најчешће приказујемо:

- а.** структурним кругом, стубићима и помоћу ордината тачака;
- б.** структурним кругом, стубићима и хистограмом фреквенција;
- в.** структурним кругом и стубићима;
- г.** стубићима, пиктограмом и помоћу ордината тачака;
- д.** ништа од наведеног.

**2. (3)** Који од следећих исказа **НИЈЕ** тачан?

- а.** на медијану не утичу екстремне вредности;
- б.** медијану можемо израчунати за свако обележје;
- в.** медијану можемо одредити када не располажемо свим вредностима у скупу;
- г.** медијана је бољи показатељ од аритметичке средине када у серији постоје екстремне вредности.

**3. (3)** Индекси структуре су релативни бројеви које добијамо:

- а.** поређењем нивоа једне исте појаве по различитим јединицама посматрања;

- б. поређењем нивоа две различите појаве у истом периоду за исту јединицу посматрања;
- в. као однос физичког обима производње једног или више сродних производа у текућем у односу на изабрани период;
- г. поређењем нивоа две различите појаве у различитим периодима за исту јединицу посматрања;
- д. ништа од наведеног.

4. (5) Који од следећих исказа су тачни (Т), а који нетачни (Н)? Заокружите одговарајуће слово после сваког исказа.

- У једном продајном објекту, регистровано је 7 продаја телефона следећих марки:  
Nokia Nokia Samsung Samung Samsung Huawei Huawei  
Медијана је Samsung. Т Н
- У расподели фреквенција: «Породице према броју деце», јединице посматрања су деца. Т Н
- Статистички коефицијенти су релативни бројеви које добијамо као количник нивоа две различите појаве у истом периоду за исту јединицу посматрања. Т Н
- Вишеструки стубићи користе се за поређење структуре два или више скупова по различитим обележјима. Т Н
- Интервал варијације је осетљив на присуство екстремних вредности. Т Н

5. (6) На основу месечних података о броју туриста у познатом летовалишту, у периоду 2021-2023. израчунати су сезонски индекси. Вредности ових индекса у марту и јулу износили су редом 100 и 148, и показују следеће:

- а. у марту није изражен утицај сезоне, док је у јулу број туриста за 48% већи него у јулу претходне године;
- б. у марту није изражен утицај сезоне, док је у јулу број туриста за 48% изнад просечног нивоа;
- в. у марту није изражен утицај сезоне, док се месец јул сматра “живом” сезоном, јер је у јулу број туриста за 48% већи него у јулу претходне године;
- г. у марту није изражен утицај сезоне, док се месец јул сматра “живом” сезоном, јер је у јулу број туриста за 48% испод просечног нивоа;
- д. ништа од наведеног, већ \_\_\_\_\_.

6. (6) Посматра се временска серија увоза једне врсте робе (у милионима евра) у периоду 2015-2023. У сукцесивним временским јединицама увоз је остваривао приближно исти релативни раст. Оцењен је одговарајући модел тренда и добијен коефицијент нагиба који износи 1,235. Овај резултат се може протумачити на следећи начин:

- а. средњи апсолутни пораст износи 1,235 милиона евра;
- б. просечан ниво увоза у 2014. је био 1,235 милиона евра;
- в. увоз се у посматраном периоду у просеку годишње повећавао за 1,235 милиона евра;
- г. увоз се у посматраном периоду у просеку годишње повећавао по стопи од 23,5%;

д. ништа од наведеног, већ \_\_\_\_\_.

7. Једно истраживање је обухватило укупно 40 компанија. У 10% компанија вредност извоза посматраног производа је била до 50.000 евра, у 30% компанија вредност извоза је била до 100.000 евра, а у 75% компанија до 150.000 евра. У свим компанијама вредност извоза је била до 200.000 евра.

- а) Формирати расподелу фреквенција компанија према вредности извоза. (4)
- б) Израчунати укупну вредност извоза свих компанија. (3)
- в) Одредити медијални интервал вредности извоза производа. (4)
- г) Израчунати просечно квадратно одступање вредности извоза појединих компанија од просечне вредности извоза свих компанија. (6)

8. У табели је дат годишњи обим промета шест врста напитака у једном граду и садржај магнезијума (у mg/l).

Напитак	I	II	III	IV	V	VI
Промет (хиљаде литара)	100	70	85	35	40	60
Количина магнезијума (Mg у mg/l)	120	25	74	364	136	58

а) Одредити коефицијент свођења на основу количине магнезијума, узимајући за условну јединицу напитака IV. Промет сваког напитака изразите натурално у условној јединици напитака IV. (6)

б) Израчунати за колико се у релативном износу обим промета напитака III разликује од просечног промета свих напитака. (3)

9. Дати су базни индекси физичког обима продаје једне марке телефона у периоду 2017-2023. године (2018=100): 84; 100; 112; 132; 148; 168; 176.

а) Одредити модел линеарног тренда за посматрани период, ако је обим продаје у 2020. години износио 3,3 милиона комада. (16)

б) Израчунати за колико се обим продаје телефона у посматраном периоду у просеку процентуално годишње мењао. (4)

в) Прогнозирати обим продаје телефона у 2024. години. (2)

г) Израчунати релативну промену обима продаје телефона у 2023. у односу на 2017. годину. (2)

10. Анализира се утицај прековременог рада (у часовима) на месечну зараду (у еврима). Дати су подаци о прековременим сатима рада: 6, 8, 11, 14, 16, 20 и месечној заради: 1000, 1250, 2000, 1500, 2200, 2800 за шест случајно одабраних запослених.

а) Методом најмањих квадрата израчунати коефицијенте регресионе праве узорка. (10)

б) Израчунати за колико ће се у просеку променити месечна зарада ако се прековремено радно време повећа за 5 сати. (3)

- в) Израчунати колико би износила просечна месечна зарада када у посматраном узорку нико не би радио прековремено. (2)
- г) Израчунати за колико зарада појединих запослених у просеку одступа од оцењених вредности зараде. (7)
- д) Предвидети колико би у просеку износила месечна зарада запосленог у посматраном узорку који је прековремено радио 10 сати. (2)

**Прва економска школа  
Београд**

**РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ СТАТИСТИКЕ  
19-20. април 2024. године**

**РЕШЕЊА ЗАДАТАКА**

**1. Тачан одговор:  
в. структурним кругом и стубићима (3 поена)**

**2. Тачан одговор:  
б. медијану можемо израчунати за свако обележје (3 поена)**

**3. Тачан одговор:  
а. поређењем нивоа једне исте појаве по различитим јединицама посматрања (3 поена)**

**4. Тачни одговори:**

- У једном продајном објекту, регистровано је 7 продаја телефона следећих марки:  
Nokia Nokia Samsung Samung Samsung Huawei Huawei  
Медијана је Samsung. **Н**
- У расподели фреквенција: «Породице према броју деце», јединице посматрања су деца. **Н**
- Статистички коефицијенти су релативни бројеви које добијамо као количник нивоа две различите појаве у истом периоду за исту јединицу посматрања. **Т**
- Вишеструки стубићи користе се за поређење структуре два или више скупова по различитим обележјима. **Н**
- Интервал варијације је осетљив на присуство екстремних вредности. **Т**

**Сваки тачан одговор бодује се са 1 поен. (5 поена)**

**5. Тачан одговор:  
б. у марту није изражен утицај сезоне, док је у јулу број туриста за 48% изнад просечног нивоа (6 поена)**

**6. Тачан одговор:  
г. увоз се у посматраном периоду у просеку годишње повећавао по стопи од 23,5% (6 поена)**

7. На основу датих података формира се процентуална кумулативна расподела:

Процентуална кумулативна расподела

Вредност извоза (у хиљадама евра)	Кумулативно учешће
до 50	10%
до 100	30%
до 150	75%
до 200	100%

а)

Расподела фреквенција

Вредност извоза (у хиљадама евра)	Број компанија
до 50	4
50-100	8
100-150	18
150-200	10

(4 поена)

б)

Вредност извоза (у хиљадама евра) $x$	Број компанија $f$	$x'$	$x' \cdot f$
до 50	4	25	100
50-100	8	75	600
100-150	18	125	2.250
150-200	10	175	1.750
<b>Укупно</b>			<b>4.700</b>

Укупна вредност извоза свих компанија износи приближно 4.700 хиљада евра.

(3 поена)

в)

Медијални интервал одређујемо помоћу кумулатива «испод». Медијана се налази на  $\frac{N+1}{2} = 20,5$  . месту.

(2 поена)

Први кумулатив који га обухвата је **30**, па је медијални интервал 100-150 хиљада евра.

(2 поена)

г) Показатељ који се рачуна је варијанса.

$$\mu = \frac{\sum x' \cdot f}{N} = \frac{4.700}{40} = 117,50 \text{ хиљада евра}$$

(2 поена)

$x'^2 \cdot f$
2.500
45.000
281.250
306.250
<b>635.000</b>

(2 поена)

$$\sigma^2 = \frac{\sum x'^2 \cdot f}{N} - \mu^2 = \frac{635.000}{40} - 117,50^2 = 2068,75 \text{ хиљада евра}^2 \quad (2 \text{ поена})$$

8. а)

Напитак	I	II	III	IV	V	VI
Коефицијент свођења	0,33	0,07	0,20	1,00	0,37	0,16

Сваки тачно израчунат коефицијент свођења бодује се са 0,5 поена, што у збиру даје 3 поена.

Напитак	I	II	III	IV	V	VI
Промет (натурално у условној јединици)	33,00	4,90	17,00	35,00	14,80	9,60

Сваки тачно израчунат обим промета бодује се са 0,5 поена, што у збиру даје 3 поена.

б)

Просечан промет (у хиљадама литара) свих посматраних напитака износи:

$$\mu = \frac{\sum x}{N} = \frac{100 + 70 + \dots + 40 + 60}{6} = \frac{390}{6} = 65. \quad (1 \text{ поен})$$

Израчунава се следећи индекс:

$$I = \frac{85}{65} \cdot 100 = 131,00 \quad (1 \text{ поен})$$

Обим промета напитка III је већи од просечног промета свих напитака за 31,00%. (1 поен)

9. а)

$$I_{2020} = \frac{Y_{2020}}{Y_0} \cdot 100 \rightarrow Y_0 = 2,50 \quad (2 \text{ поена})$$

Базни индекс:  $I_t = \frac{Y_t}{Y_0} \cdot 100$ , одакле следи:

$$Y_{2017} = \frac{84 \cdot 2,50}{100} = 2,10, \dots$$

Физички обим продаје у периоду од 2017-2023. године

Године	2017.	2018.	2019.	2020.	2021.	2022.	2023.
Физички обим продаје	2,10	2,50	2,80	3,30	3,70	4,20	4,40

(4 поена)

Признају се следеће варијанте решења:

А.

Године	$Y_t$	$t$	$t^2$	$t \cdot Y_t$
2017.	2,10	1	1	2,10
2018.	2,50	2	4	5,00
2019.	2,80	3	9	8,40
2020.	3,30	4	16	13,20
2021.	3,70	5	25	18,50
2022.	4,20	6	36	25,20
2023.	4,40	7	49	30,80
<b>Укупно</b>	<b>23</b>	<b>28</b>	<b>140</b>	<b>103,20</b>

$$\hat{b} = \frac{T \sum t Y_t - \sum t \sum Y_t}{T \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$\hat{b} = \frac{7 \cdot 103,20 - 28 \cdot 23}{7 \cdot 140 - 28^2} = 0,40$$

(6 поена)

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b} \bar{t} = \frac{23}{7} - 0,40 \cdot \frac{28}{7} = 1,69$$

(3 поена)

$$\hat{Y}_t = 1,69 + 0,40 \cdot t$$

(1 поен)

Б.

Године	$y$	$x$	$x^2$	$x \cdot y$
2017.	2,10	-3	9	-6,30
2018.	2,50	-2	4	-5,00
2019.	2,80	-1	1	-2,80
2020.	3,30	0	0	0,00
2021.	3,70	1	1	3,70
2022.	4,20	2	4	8,40
2023.	4,40	3	9	13,20
<b>Укупно</b>	<b>23</b>	<b>0</b>	<b>28</b>	<b>11,20</b>

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{11,20}{28} = 0,40$$

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{23}{7} = 3,29$$

$$y_t = 3,29 + 0,40 \cdot x$$

б) Просечна годишња процентуална промена обима продаје у посматраном периоду износи



$$r_g = \left( \sqrt[6]{\frac{4,40}{2,10}} - 1 \right) \cdot 100 = 13,00\%.$$

**(4 поена)**

**в)** Обим продаје телефона у 2024. години ће износити (у милионима комада):

$$\hat{Y}_t = 1,69 + 0,40 \cdot t = 1,69 + 0,40 \cdot 8 = 4,89$$

или

$$y_t = 3,29 + 0,40 \cdot x = 3,29 + 0,40 \cdot 4 = 4,89$$

**(2 поена)**

**г)**

$$I = \frac{4,40}{2,10} \cdot 100 = 210,00$$

**(1 поен)**

Обим продаје телефона се у 2023. повећао за 110,00% у односу на 2017. годину. **(1 поен)**

**10. а)**

$x$	$y$	$x^2$	$y^2$	$xy$
6	1.000	36	1.000.000	6.000
8	1.250	64	1.562.500	10.000
11	2.000	121	4.000.000	22.000
14	1.500	196	2.250.000	21.000
16	2.200	256	4.840.000	35.200
20	2.800	400	7.840.000	56.000
<b>75</b>	<b>10.750</b>	<b>1.073</b>	<b>21.492.500</b>	<b>150.200</b>

**Тачно израчунате суме квадрата и сума производа, бодују се са по 1 поеном.**

**(3 поена)**

Коефицијент нагиба:

$$\hat{b} = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 \cdot 150.200 - 75 \cdot 10.750}{6 \cdot 1.073 - 75^2} = 116,79$$

**(5 поена)**

Одсечак:

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b} \bar{X} = \frac{10.750}{6} - 116,79 \cdot \frac{75}{6} = 331,79$$

**(2 поена)**

**б)** Коефицијент нагиба показује да ће се месечна зарада у просеку повећати за 116,79 евра, ако се прековремено радно време повећа за 1 сат. Ако се прековремено радно време повећа за 5 сати, месечна зарада ће се у просеку повећати за  $5 \cdot \hat{b} = 5 \cdot 116,79 = 583,95$  евра.

**(3 поена)**

в) За  $x=0$ ,  $\hat{y}=331,79+116,79\cdot 0=331,79$  евра.

(2 поена)

г)

Показатељ који се рачуна је стандардна грешка регресије.

$\hat{y}$	$e = y - \hat{y}$	$e^2 = (y - \hat{y})^2$
1.032,53	-32,53	1.058,20
1.266,11	-16,11	259,53
1.616,48	383,52	147.087,59
1.966,85	-466,85	217.948,92
2.200,43	-0,43	0,18
2.667,59	132,41	17.532,41
		<b>383.886,83</b>

Тачно израчунате вредности  $\hat{y}$  и  $e^2$ , бодују се са по 2 поена.

(4 поена)

Стандардна грешка регресије се израчунава по формули:

$$s = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{383.886,83}{4}} = 309,79$$

(2 поена)

Зарада појединих запослених у просеку одступа од оцењених вредности зараде за 309,79 евра.

(1 поен)

д)

Месечна зарада запосленог у посматраном узорку који је прековремено радио 10 сати би у просеку износила:

$$\hat{y} = 331,79 + 116,79 \cdot 10 = 1499,69 \text{ евра.}$$

(2 поена)